Voici les très hermétiques formules de Stokes

Je les fais figurer ici essentiellement comme «objets graphiques », à contempler plutôt qu'à lire, puisque pour un lecteur non-scientifique, elles sont strictement illisible.

La formule de Stokes générale abstraite : (début vingtième siècle)

$\int_{\Omega} \mathrm{d}\omega = \int_{\partial\Omega} \omega$ où Ω est une variété à bord de dimension *n*, de bord $\partial\Omega$, ω une (*n*-1)-forme différentielle, et $\mathrm{d}\omega$ est sa dérivée extérieure.

Les formules qui suivent sont volontairement écrites analytiquement, dans un repère orthonormé direct.
On peut donner du rotationnel et de la divergence des définitions intrinsèques qui permettent une formulation plus compacte, mais cela ne ferait que masquer la difficulté réelle, puisque c'est plus ou moins sous la forme que je vous donne ici que ces formules ont été initialement trouvées, énoncées, et plus ou moins démontrées...

Formule de Green-Riemann : (1828)

Si $\omega = P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y$ est une 1-forme différentielle, K un domaine compact du plan $\mathbb{R}^2$, délimité par une courbe orientée ∂K , alors $\iint_{\partial K} [\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}]\mathrm{d}x\mathrm{d}y = \int_{\partial K} P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y$

Formule de Green-Ostrogradski : (*circa* 1860)

Pour un champ $\vec{F}$, un domaine compact de l'espace K délimité par une surface orientée ∂K , de composantes (F_x, F_y, F_z) selon les axes (Ox, Oy, Oz) :

$$\iiint_{\partial K} [\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \iint_{\partial K} [F_x \cdot (\mathrm{d}y \wedge \mathrm{d}z) + F_y \cdot (\mathrm{dz} \wedge \mathrm{dx}) + F_z \cdot (\mathrm{dx} \wedge \mathrm{dy})]$$

La divergence de $\vec{F}$ est $\langle \vec{\nabla} \mid \vec{F} \rangle = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$ (c'est la trace de la différentielle de $\vec{F}$).

Formule d'Ampère-Stokes : (*circa* 1860)

S étant une surface dans l'espace, appuyée sur un contour orienté ∂S, qui est une courbe gauche :

$$\oint_{\partial S} [F_x \cdot \mathrm{d}x + F_y \cdot \mathrm{dy}x + F_z \cdot \mathrm{d}z] = \iint_S \left([\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}]\mathrm{d}x + [\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}]\mathrm{d}y + [\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}]\mathrm{d}z \right)$$

Le rotationnel de $\vec{F}$ est le champ $\vec{\nabla} \wedge \vec{F}$, de composantes $[\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}], [\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}], [\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}]$.